

## PATENT ABSTRACTS OF JAPAN

(11)Publication number : 2002-297567

(43)Date of publication of application : 11.10.2002

(51)Int.Cl.

G06F 17/18

(21)Application number : 2001-095011

(71)Applicant : TOYOTA CENTRAL RES & DEV  
LAB INC

(22)Date of filing : 29.03.2001

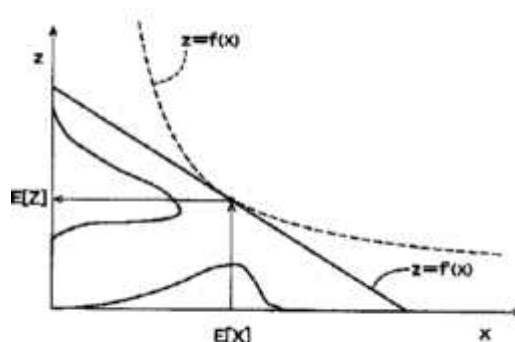
(72)Inventor : ROSER CHRISTOPH HERMAN

(54) ESTIMATING METHOD FOR VARIATION OF FUNCTION OF REPRESENTING VALUE FOR PROBABILITY VARIABLE, COMPUTER PROGRAM AND RECORDING MEDIUM RECORDED THE PROGRAM

(57)Abstract:

PROBLEM TO BE SOLVED: To allow estimating variations of functions of representing values for probability variables within a time shorter than a conventional batching method even if a data set for use is relative small in size.

SOLUTION: In an estimating method for variation of function of representing value for probability variable, an average value  $E[X]$  is decided as a representing value for probability variables  $X$  and also statistical amounts of the variables  $X$  (e.g. a standard deviation and a confidence interval) are decided. Moreover, a gradient  $f'$  of the decided average value  $E[X]$  of a performance function  $f$  (a function linking the variables  $X$  with a performance value  $Z$ ) as a function of the variables  $X$  is acquired to convert the acquired statistical amounts into the function  $f$  by using the acquired gradient  $f'$ .



(19) 日本国特許庁 (J P)

(12) 公開特許公報 (A)

(11) 特許出願公開番号

特開2002-297567

(P2002-297567A)

(43) 公開日 平成14年10月11日(2002.10.11)

(51) Int.Cl.<sup>7</sup>

識別記号

F I

テーマコード(参考)

G 0 6 F 17/18

G 0 6 F 17/18

Z 5 B 0 5 6

A

D

審査請求 有 請求項の数12 O L (全 16 頁)

(21) 出願番号 特願2001-95011(P2001-95011)

(71) 出願人 000003609

株式会社豊田中央研究所

(22) 出願日 平成13年3月29日(2001.3.29)

愛知県愛知郡長久手町大字長湫字横道41番地の1

(72) 発明者 ローザー, クリストフ・ハーマン

愛知県愛知郡長久手町大字長湫字横道41番地の1 株式会社豊田中央研究所内

(74) 代理人 10010/674

弁理士 来栖 和則

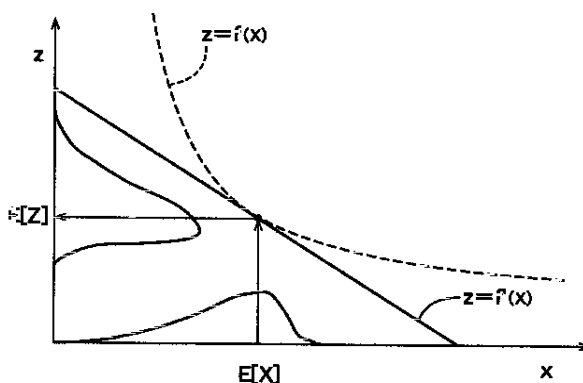
Fターム(参考) 5B056 AA04 BB64

(54) 【発明の名称】 確率変数の代表値の関数のばらつきを推定する方法、コンピュータ・プログラムおよびそれを記録した記録媒体

(57) 【要約】

【課題】 確率変数の代表値の関数のばらつきを、利用するデータ集合の大きさが比較的小さくても、従来のバッチング方法より短時間で推定可能とする。

【解決手段】 確率変数Xの代表値としての平均値E[X]を決定するとともに、その確率変数Xの統計量(例えば、標準偏差や信頼区間)を決定する。さらに、その確率変数Xの関数としての性能関数f(確率変数Xを性能値Zに関連付ける関数)の、その決定された平均値E[X]における勾配f'を取得し、その取得された勾配f'を用いることにより、確率変数Xについて取得された統計量を性能関数fの統計量に変換する。



【特許請求の範囲】

【請求項1】 少なくとも1つの確率変数の代表値の関数のばらつきを推定する方法であって、

前記確率変数を取得する確率変数取得工程と、  
その取得された確率変数の代表値を決定する代表値決定工程と、

前記取得された確率変数の統計量を決定する統計量決定工程と、

前記関数の、前記決定された代表値に関する勾配を決定する勾配決定工程と、

その決定された勾配を用いることにより、前記確率変数について取得された統計量を前記関数の統計量に変換する統計量変換工程とを含む確率変数関数ばらつき推定方法。

【請求項2】 前記統計量変換工程が、前記関数の統計量が前記確率変数の統計量に、前記勾配が急である場合において緩やかである場合におけるより敏感に応答するように、前記確率変数の統計量を前記関数の統計量に変換するものである請求項1に記載の確率変数関数ばらつき推定方法。

【請求項3】 さらに、前記関数の統計量に基づき、前記代表値の前記関数のばらつきを推定するばらつき推定工程を含む請求項1または2に記載の確率変数関数ばらつき推定方法。

【請求項4】 前記ばらつきが、前記代表値の前記関数の信頼区間の幅を含む請求項3に記載の確率変数関数ばらつき推定方法。

【請求項5】 当該確率変数関数ばらつき推定方法が、離散事象のシミュレーションに適用されるとともに、そのシミュレーションの結果が当該確率変数関数ばらつき推定方法の実施に使用されるものであり、

前記ばらつき推定工程が、そのシミュレーションの一回のみの実行により、前記ばらつきを推定する工程を含む請求項3または4に記載の確率変数関数ばらつき推定方法。

【請求項6】 前記関数の統計量が満たすべき精度が予め定められており、

前記統計量決定工程が、

(a) 前記確率変数に属する複数の個別データの和に基づき、その確率変数の統計量を決定し、

(b) 新たな個別データが取得されるとそれを前記和に加えるとともに、その和に基づいて前記確率変数の統計量を決定し、

(c) ある回のシミュレーション中に少なくとも1つの個別データが利用可能になると前記確率変数の統計量を決定し、

(d) 前記確率変数について決定された統計量を前記関数の統計量に変換し、

(e) その変換された統計量が前記精度を満たすと、その回のシミュレーションを終了させる工程を含む請求項

5に記載の確率変数関数ばらつき推定方法。

【請求項7】 少なくとも1つの確率変数の代表値の関数の値を表すデータ集合であってその関数の統計量を評価することを可能にするものを決定する方法であって、

前記確率変数に属する複数の個別データの集合であって前記確率変数の分布を近似的に表すものを取得するデータ取得工程と、

前記確率変数の代表値を決定する代表値決定工程と、

前記関数の、前記決定された代表値に関する勾配を決定する勾配決定工程と、

その決定された勾配を用いることにより、前記確率変数について取得されたデータ集合を前記関数の値を表すデータ集合に変換するデータ集合変換工程とを含むデータ集合決定方法。

【請求項8】 前記データ集合変換工程が、前記関数のデータ集合が前記確率変数のデータ集合に、前記勾配が急である場合において緩やかである場合におけるより敏感に応答するように、前記確率変数のデータ集合を前記関数のデータ集合に変換するものである請求項7に記載のデータ集合決定方法。

【請求項9】 少なくとも1つの確率変数の代表値の関数のばらつきが予め定められたばらつき条件を満たすようにその少なくとも1つの確率変数のばらつきを推定する方法であって、

前記ばらつき条件が、前記関数の分布の中心位置と散布度とを規定するものであり、

前記関数の、前記規定された中心位置に関する勾配を決定する勾配決定工程と、

その決定された勾配と、前記規定された散布度とに基づき、前記確率変数のばらつきを決定するばらつき決定工程とを含む確率変数ばらつき推定方法。

【請求項10】 前記ばらつき決定工程が、前記確率変数のばらつきが前記規定された散布度に、前記勾配が急である場合において緩やかである場合におけるより敏感に応答するように、前記規定された散布度を前記確率変数のばらつきに変換するものである請求項9に記載の確率変数ばらつき推定方法。

【請求項11】 請求項1ないし10のいずれかに記載の方法を実施するためにコンピュータにより実行されるプログラム。

【請求項12】 請求項11に記載のプログラムをコンピュータ読取り可能に記録した記録媒体。

【発明の詳細な説明】

【0001】

【発明の属する技術分野】本発明は、データの統計解析に関し、特に、確率変数の関数のばらつきを推定する技術に関する。

【0002】

【従来の技術】一般に、システムの性能を表す性能値が存在し、その性能値は少なくとも1つの確率変数に基づ

いている。例えば、機械が修理状態にある時間百分率は、平均修理時間を平均修理時間間隔で割り算した値の関数である。ここに、少なくとも1つの確率変数の関数の平均値（関数により導かれる複数の値の平均値）と、少なくとも1つの確率変数の平均値の関数（平均値に関して関数により導かれる値）とを区別することが重要である。機械を修理する場合には、各回の修理時間を各回の修理時間間隔で割り算し、それにより、それら修理時間と修理時間間隔との比の平均値を求めることが可能であろう。しかしながら、平均修理時間の関数の平均値は、平均値の関数とは異なるであろう。平均値の関数のみが、機械が修理状態にある時間百分率の正しい値を示している。

【0003】一般に、その少なくとも1つの確率変数の平均値は正確には判明しておらず、むしろ、収集されたデータの集合に基づいている。したがって、その平均値は、真の平均値とは異なる可能性がある。その結果、その平均値の関数は、真の平均値の関数とは異なる可能性がある。一般に、その平均値の関数の精度に関心がある。この精度は普通、平均値または中央値を囲む信頼区間として表現されるが、分散、標準偏差、または4分位数として表現することが可能である。そのような値を個々の確率変数について計算することは、統計解析においてよく知られていることであるが、それより困難なことは、そのような値を平均値の関数について計算することである。

【0004】少なくとも1つの平均値の関数の一般的な用途は発生度数であり、この場合、その平均値である平均度数は平均発生時間間隔の逆数である。別の用途は時間百分率であり、この場合、その平均値である平均時間百分率は、平均持続時間を平均持続時間間隔で割り算した値である。

【0005】平均値の関数の信頼区間を計算する一従来方法は、バッチング方法と言われており、ノン・オーバーラッピング・バッチ平均値方法としても知られている。この従来方法においては、十分に大きなデータ集合が多数の部分集合に分割される。各部分集合ごとに平均値が計算され、その結果、各部分集合ごとに平均値の関数が計算される。信頼区間は、平均値の関数の様々な値について構成され得る。

【0006】

【発明が解決しようとする課題】しかしながら、この従来方法は、中心極限定理が成立する程度に十分に大きなデータ集合にとつてのみ適している。そのため、この従来方法は、小さなデータ集合については使用することができない。さらに、この従来方法では、各データ集合の信頼区間が、使用される部分集合の数に応じて大きく変化する可能性がある。適当でない部分集合を多数選択すると、不正確な結果を招来する可能性がある。さらに、この従来方法は、データ集合の大きさが増すにつれて大

きな記憶容量と計算能力とを必要とする。最後に、この従来方法では、その計算の性質に起因し、利用可能なデータが追加されるたびにそのような集中的な計算を反復しなければならない。

【0007】バッチング方法のための部分集合の数を選ぶことを支援する方法が多数開発されてきた。しかしながら、それら開発方法は普通、非常に複雑であり、高度な専門的知識を必要とする。さらに、それら開発方法による結果は互いに異なる可能性がある。さらに、それら開発方法が部分集合と、複数の部分集合間の関係とを分析するために手間のかかる統計的な実行を必要とするにつれて、計算上の要求がさらに増加した。

【0008】このバッチング方法の一変形方法であってオーバーラッピング・バッチ平均値方法として知られているものは、互いにオーバーラップする部分集合を生成する。この変形方法は、上述の基本的なバッチング方法に対して少し改良されている可能性があるが、この変形方法も、大きなデータ集合、部分集合の数の選定、大きな記憶容量と計算能力とを必要とする。さらに、この変形方法もかなり複雑であり、多くの統計的な知識を必要とする。

【0009】

【課題を解決するための手段および発明の効果】このような事情を背景として、本発明は、確率変数の代表値の関数のばらつきを、利用するデータ集合の大きさが比較的小さくても、従来におけるより短時間で推定可能とすることを課題としてなされたものであり、本発明によって下記各態様が得られる。各態様は、請求項と同様に、項に区分し、各項に番号を付し、必要に応じて他の項の番号を引用する形式で記載する。これは、本明細書に記載の技術的特徴のいくつかおよびそれらの組合せのいくつかの理解を容易にするためであり、本明細書に記載の技術的特徴やそれらの組合せが以下の態様に限定されると解釈されるべきではない。

【0010】(1) 少なくとも1つの確率変数の代表値の関数のばらつきを推定する方法であって、前記確率変数を取得する確率変数取得工程と、その取得された確率変数の代表値を決定する代表値決定工程と、前記取得された確率変数の統計量を決定する統計量決定工程と、前記関数の、前記決定された代表値に関する勾配を決定する勾配決定工程と、その決定された勾配を用いることにより、前記確率変数について取得された統計量を前記関数の統計量に変換する統計量変換工程とを含む確率変数関数ばらつき推定方法。本発明者は、その研究により、確率変数の関数の勾配が急である場合には、確率変数の統計量（ばらつきを含む）が拡大されてその関数の統計量（ばらつきを含む）に反映される傾向が強いのに対し、確率変数の関数の勾配が緩やかである場合には、確率変数の統計量（ばらつきを含む）が縮小されてその関数の統計量（ばらつきを含む）に反映される傾向が強

いという統計上の特性が存在することに気が付いた。さらに、本発明者は、その特性を利用すれば、前述の従来のバッチング方法を実施する場合とほぼ同等の精度を確保しつつ、その従来方法におけるより少ない数のデータを用いてその従来方法におけるより短時間で確率変数の代表値の関数のばらつきを推定可能であることにも気が付いた。そのような知見に基づき、本項に係る方法においては、確率変数の代表値が決定されるとともに、その確率変数の統計量が決定される。さらに、この方法においては、その確率変数の関数の、その決定された代表値に関する勾配が決定され、その決定された勾配を用いることにより、確率変数について取得された統計量が関数の統計量に変換される。したがって、この方法によれば、確率変数の代表値の関数のばらつきを従来のバッチング方法におけるより少ない数のデータを用いてその従来方法におけるより短時間で推定することが可能となる。本項および他の各項において「代表値」は、例えば、確率変数または関数に属する複数の個別データの分布の中心に関する傾向を表す値として定義することが可能である。また、本項および他の各項において「勾配決定工程」は、勾配を正確に決定したり、近似的に決定することが可能である。例えば、「勾配決定工程」は、関数の代表値における勾配を決定したり、その代表値の近傍における勾配を決定することが可能である。また、本項および他の各項において「関数」は、確率変数を別の変数に関連付ける演算子であり、その一例は、確率変数を性能値に関連付ける後述の性能関数とすることができる。また、本項および他の各項において「代表値」は、例えば、確率変数の数が複数である場合に、各確率変数ごとに1つずつ存在するように定義される。

(2) 前記統計量変換工程が、前記関数の統計量が前記確率変数の統計量に、前記勾配が急である場合において緩やかである場合におけるより敏感に応答するように、前記確率変数の統計量を前記関数の統計量に変換するものである(1)項に記載の確率変数関数ばらつき推定方法。この方法によれば、本発明者により認識された前述の統計上の性質に鑑み、関数の統計量が確率変数の統計量に、その関数の勾配が急である場合において緩やかである場合におけるより敏感に応答するように、確率変数の統計量が関数の統計量に変換される。

(3) 前記確率変数の代表値が、その確率変数のアベレージと、算術平均と、幾何平均と、中央値と、調和平均と、最頻値との少なくとも1つを含む(1)または

(2)項に記載の確率変数関数ばらつき推定方法。

(4) 前記代表値決定工程が、前記取得された確率変数に属する複数の個別データに対してトリミングを行い、そのトリミングが行われた確率変数に基づいて前記代表値を決定する工程を含む(1)ないし(3)項のいずれかに記載の確率変数関数ばらつき推定方法。この方法によれば、トリミングにより、確率変数に属する複数の

の個別データから異常データが排除されてその確率変数の代表値が決定されるため、その決定の精度が向上し、ひいては、確率変数の関数のばらつきの推定精度も向上する。

(5) 前記確率変数の統計量が、その確率変数の標準偏差と、信頼区間と、データ集合と、確率密度関数と、累積密度関数との少なくとも1つを含む(1)ないし

(4)項のいずれかに記載の確率変数関数ばらつき推定方法。

(6) 前記関数の統計量が、その関数の標準偏差と、信頼区間と、データ集合と、確率密度関数と、累積密度関数との少なくとも1つを含む(1)ないし(5)項のいずれかに記載の確率変数関数ばらつき推定方法。

(7) さらに、前記関数の統計量に基づき、前記代表値の前記関数のばらつきを推定するばらつき推定工程を含む(1)ないし(6)項のいずれかに記載の確率変数関数ばらつき推定方法。

(8) 前記ばらつきが、前記代表値の前記関数の信頼区間の幅を含む(7)項に記載の確率変数関数ばらつき推定方法。

(9) 当該確率変数関数ばらつき推定方法が、離散事象のシミュレーションに適用されるとともに、そのシミュレーションの結果が当該確率変数関数ばらつき推定方法の実施に使用されるものであり、前記ばらつき推定工程が、そのシミュレーションの一回のみの実行により、前記ばらつきを推定する工程を含む(7)または(8)項に記載の確率変数関数ばらつき推定方法。この方法によれば、確率変数の関数のばらつきを前述の従来のバッチング方法におけるより短時間で推定することが可能となる。さらに、この方法によれば、あるシミュレーションについてのばらつき推定に必要な時間が短縮されるため、ある時間内において別のシミュレーションについてのばらつき推定を行うことが容易となる。その結果、この方法によれば、性能を解析すべきあるシステムについて複数のシミュレーションを行ってばらつき推定を行うことが必要である場合に、それら複数のシミュレーションについてのばらつき推定を、従来のバッチング方法におけるより短い時間内に行うことが容易となる。よって、この方法によれば、短い時間内にそれら複数のシミュレーションについての複数のばらつき推定結果を互いに比較することも容易となり、その結果、上記システムの最適化をより短時間にかつより精度よく行うことも容易となる。

(10) 前記関数の統計量が満たすべき精度が予め定められており、前記統計量決定工程が、(a)前記確率変数に属する複数の個別データの和に基づき、その確率変数の統計量を決定し、(b)新たな個別データが取得されるとそれを前記和に加えるとともに、その和に基づいて前記確率変数の統計量を決定し、(c)ある回のシミュレーション中に少なくとも1つの個別データが利用

可能になると前記確率変数の統計量を決定し、(d) 前記確率変数について決定された統計量を前記関数の統計量に変換し、(e) その変換された統計量が前記精度を満たすと、その回のシミュレーションを終了させる工程を含む(9) 項に記載の確率変数関数ばらつき推定方法。この方法によれば、シミュレーションの進行につれて確率変数の関数の統計量の精度が上昇することをモニタすることが可能となる。さらに、この方法によれば、確率変数の関数の統計量が要求精度を満たしたときに自動的にシミュレーションを終了させることが可能となる。

(11) 前記関数が、複数の確率変数の関数として構成されており、前記統計量変換工程が、(a) 前記取得された各確率変数の代表値またはその近傍におけるその各確率変数のばらつきを、その各確率変数の統計量として決定し、(b) 前記複数の確率変数間における依存度を決定し、(c) その決定された依存度と、前記決定された勾配とを用いることにより、前記各確率変数について決定されたばらつきを前記関数の統計量としてのばらつきに変換する工程を含む(1) ないし(10) 項のいずれかに記載の確率変数関数ばらつき推定方法。この方法においては、確率変数の数が複数である場合に、それら複数の確率変数間における依存度が考慮されることにより、確率変数の関数のばらつきが推定される。したがって、この方法によれば、確率変数の数が複数である場合に、確率変数の関数のばらつきを精度よく推定することが可能となる。

(12) 前記確率変数のばらつきが、その確率変数の分散の最尤推定量と、その分散の不偏推定量と、確率変数の標準偏差の最尤推定量と、その標準偏差の不偏推定量と、確率変数の代表値の分散と、その代表値の標準偏差と、確率変数の変動係数と、確率変数の一般的な中心積率と、確率変数の信頼区間と、確率変数のデータ集合と、確率変数の確率密度関数と、確率変数の累積密度関数との少なくとも1つを含む(11) 項に記載の確率変数関数ばらつき推定方法。

(13) 前記依存度が、前記複数の確率変数間における共分散の不偏推定量と、その共分散の最尤推定量と、それら複数の確率変数間における相関係数との少なくとも1つを含む(11) または(12) 項に記載の確率変数関数ばらつき推定方法。

(14) 前記関数が、複数の確率変数の関数として構成されており、前記統計量変換工程が、それら複数の確率変数間における依存度を計算することなく、それら複数の確率変数について取得された統計量を前記関数の統計量に変換する工程を含む(1) ないし(13) 項のいずれかに記載の確率変数関数ばらつき推定方法。この方法においては、確率変数の数が複数である場合に、それら複数の確率変数間における依存度を計算することなく、それら複数の確率変数について取得された統計量が

関数の統計量に変換される。したがって、この方法によれば、確率変数の数が複数であり、かつ、それら複数の確率変数が互いに独立であるか、または互いに依存するがその程度が無視できるほどに低い状況において、その依存度の如何にかかわらず一律にそれら複数の確率変数間における依存度を計算して統計量の変換を行う場合に比較して短時間で確率変数の関数のばらつきを推定することが可能となる。

(15) 少なくとも1つの確率変数の代表値の関数の値を表すデータ集合であってその関数の統計量を評価することを可能にするものを決定する方法であって、前記確率変数に属する複数の個別データの集合であって前記確率変数の分布を近似的に表すものを取得するデータ取得工程と、前記確率変数の代表値を決定する代表値決定工程と、前記関数の、前記決定された代表値に関する勾配を決定する勾配決定工程と、その決定された勾配を用いることにより、前記確率変数について取得されたデータ集合を前記関数の値を表すデータ集合に変換するデータ集合変換工程とを含むデータ集合決定方法。この方法においては、前記(1) 項において説明されている、本発明者により認識された知見に基づき、確率変数に属する複数の個別データの集合であってその確率変数の分布を近似的に表すものが取得されるとともに、その確率変数の代表値が決定される。さらに、この方法においては、その確率変数の関数の、その決定された代表値に関する勾配が決定され、その決定された勾配を用いることにより、確率変数について取得されたデータ集合が関数の値を表すデータ集合に変換される。したがって、この方法によれば、前記(1) 項に係る方法と基本的に同じ原理に従い、確率変数の関数のばらつきがそれを反映したデータ集合として決定され得る。

(16) 前記データ集合変換工程が、前記関数のデータ集合が前記確率変数のデータ集合に、前記勾配が急である場合において緩やかである場合におけるより敏感に応答するように、前記確率変数のデータ集合を前記関数のデータ集合に変換するものである(15) 項に記載のデータ集合決定方法。

(17) さらに、前記関数のデータ集合に基づき、前記代表値の前記関数のばらつきを推定するばらつき推定工程を含む(15) または(16) 項に記載のデータ集合決定方法。

(18) 前記ばらつきが、前記代表値の前記関数の信頼区間の幅を含む(17) 項に記載のデータ集合決定方法。

(19) 当該データ集合決定方法が、離散事象のシミュレーションに適用されるとともに、そのシミュレーションの結果が当該データ集合決定方法の実施に使用されるものであり、前記ばらつき推定工程が、そのシミュレーションの一回のみの実行により、前記ばらつきを推定する工程を含む(17) または(18) 項に記載のデー

タ集合決定方法。この方法によれば、前記(9)項に係る方法と同様な作用効果が実現され得る。

(20) 少なくとも1つの確率変数の代表値の関数のばらつきが予め定められたばらつき条件を満たすようにその少なくとも1つの確率変数のばらつきを推定する方法であって、前記ばらつき条件が、前記関数の分布の中心位置と散布度とを規定するものであり、前記関数の、前記規定された中心位置に関する勾配を決定する勾配決定工程と、その決定された勾配と、前記規定された散布度とに基づき、前記確率変数のばらつきを決定するばらつき決定工程とを含む確率変数ばらつき推定方法。前記(1)項における説明から明らかなように、確率変数のばらつきと、確率変数の代表値の関数のばらつきとは、その関数の勾配によって互いに関連付けることが可能である。このことは、確率変数の関数の勾配を用いれば、確率変数のばらつきからその確率変数の代表値の関数のばらつきを推定するという、前向きな推定のみならず、確率変数の代表値の関数のばらつきからその確率変数のばらつきを推定するという、後向きな推定も可能であることを意味する。このような知見に基づき、本項に係る方法においては、少なくとも1つの確率変数の代表値の関数のばらつきが満たすべき条件がばらつき条件として予め定められており、そのばらつき条件は、その関数の分布の中心位置と散布度とを規定する。さらに、この方法においては、関数の、その規定された中心位置に関する勾配が決定され、その決定された勾配と、規定された散布度とに基づき、確率変数のばらつきが決定される。

(21) 前記ばらつき決定工程が、前記確率変数のばらつきが前記規定された散布度に、前記勾配が急である場合において緩やかである場合におけるより敏感に応答するように、前記規定された散布度を前記確率変数のばらつきに変換するものである(20)項に記載の確率変数ばらつき推定方法。この方法によれば、関数の勾配を用いることにより、前記(2)項に係る方法に準じた原理に従い、関数の散布度が確率変数のばらつきに変換される。

(22) 前記分布が、前記関数の標準偏差と、信頼区間と、データ集合と、確率密度関数と、累積密度関数との少なくとも1つを含む(20)または(21)項に記載の確率変数ばらつき推定方法。

(23) 前記確率変数のばらつきが、その確率変数の標準偏差と、信頼区間と、データ集合と、確率密度関数と、累積密度関数との少なくとも1つを含む(21)ないし(22)項のいずれかに記載の確率変数ばらつき推定方法。

(24) (1)ないし(23)項のいずれかに記載の方法を実施するためにコンピュータにより実行されるプログラム。このプログラムがコンピュータにより実行されれば、前記(1)ないし(23)項のいずれかに記載の方法におけると基本的に同じ原理に従い、同様な効果

が実現され得る。このプログラムは、その機能を果たすためにコンピュータにより実行される指令の組合せのみならず、各指令に従ってコンピュータにより処理されるファイルやデータをも含むように解釈することが可能である。

(25) (24)項に記載のプログラムをコンピュータ読取り可能に記録した記録媒体。この記録媒体に記録されたプログラムがコンピュータにより実行されれば、前記(1)ないし(23)項のいずれかに記載の方法におけると基本的に同じ原理に従い、同様な効果が実現され得る。本項における「記録媒体」は種々の形式を採用可能であり、例えば、フロッピー(登録商標)ディスク等の磁気記録媒体、CD、CD-ROM等の光記録媒体、MO等の光磁気記録媒体、ROM等のアンリムーバブル・ストレージ等の少なくとも1つを採用可能である。

【0011】

【発明の実施の形態】以下、本発明のさらに具体的な実施の形態のいくつかを図面に基いて詳細に説明する。

【0012】[第1の実施形態]

【0013】図1には、本発明の第1実施形態に従う確率変数関数ばらつき推定方法(以下、単に「ばらつき推定方法」という)において採用されている原理がグラフで示されている。本実施形態においては、少なくとも1つの確率変数の代表値の関数のばらつきがその関数の勾配を用いて推定され、それにより、確率変数のばらつきがその確率変数の代表値の関数のばらつきに変換される。

【0014】具体的には、本実施形態においては、確率変数の代表値として平均値が使用されるとともに、その平均値の関数として、平均発生時間間隔の関数であって発生度数を導出する性能関数を使用される。図1には、横軸に確率変数 $x$ 、縦軸に、シミュレーションにより解析されるべきシステムの性能値 $z$ がそれぞれ取られた2次元座標系が示されている。その座標系に、上記性能関数 $z = f(x)$ が破線のグラフで示される一方、その性能関数のグラフに接するタンジェント(接線または接平面)を表すタンジェント関数 $z = f'(x)$ が実線のグラフで示されている。

【0015】図2には、上記ばらつき推定方法を実施するためにユーザにより使用されるコンピュータ・システム10のハードウェア構成が概念的にブロック図で示されている。

【0016】このコンピュータ・システム10は、よく知られているように、プロセッシング・ユニット(同図において「PU」で表す)12とストレージ14とがバス16により互いに接続されて構成されたコンピュータ20を備えている。このコンピュータ20は、ポインティング・デバイスとしてのマウスおよびキーボードを備えた入力装置30と、画像を画面上に表示する出力装置4

0とに接続されている。ストレージ14は、ROM、RAM、磁気ディスク、光ディスク等の記録媒体を含むように構成される。ユーザは、必要なデータを入力装置30を介してコンピュータ20に入力する。その入力に回答し、コンピュータ20によるデータ処理結果が出力装置40を介してユーザに可視化して提示される。

【0017】ストレージ14には、このばらつき推定方法を実施するためにPU12により実行される確率変数関数ばらつき推定プログラム（以下、単に「ばらつき推定プログラム」という）が予め記憶されている。このストレージ14には、PU12がそのばらつき推定プログラムを実行する際に使用されるデータが適宜記憶されるようになっている。

【0018】図3には、そのばらつき推定プログラムの内容が概念的にフローチャートで表されている。以下、このばらつき推定プログラムの内容をそのフローチャートに基づいて説明するが、まず、そのばらつき推定プログラムにおいて使用される各種記号の定義を説明する。

【0019】X：確率変数であって複数の個別データ $x_i$ の集合として構成されるもの

$x_i$ ：確率変数Xに属する各個別データ

Y：確率変数であって複数の個別データ $y_i$ の集合として構成されるもの

$y_i$ ：確率変数Yに属する各個別データ

i：個別データの番号

n：各集合における個別データの数

Z：シミュレーションにより解析すべきシステムの性能値

a：信頼度

$z_{n-1, (1-a)/2}$ ：個別データ集合の大きさがnであり、かつ、 $(1-a)/2$ を分位点とする場合のカイ二乗分布

E[X]：確率変数Xの平均値（または期待値）

E[Y]：確率変数Yの平均値（または期待値）

E[Z]：性能関数の平均値（または期待値）

S[X]：確率変数Xの標準偏差

S[Y]：確率変数Yの標準偏差

S[Z]：性能値Zの標準偏差

f(E[X])：確率変数Xの平均値（または期待値）の一般的な関数

f(E[X], E[Y], ...)：複数の確率変数X, Y, ...の平均値（または期待値）の一般的な関数

CI[X]：確率変数Xの信頼区間半幅

Cov[X, Y]：確率変数XとYとの共分散

Corr[X, Y]：確率変数XとYとの相関係数

W：度数

P：百分率

E[W]：確率変数Xの平均値の関数としての度数Wの平均値（または期待値）

E[P]：確率変数X, Yの両平均値の関数としての百分率Pの平均値（または期待値）

【0020】このばらつき推定方法においては、複数の個別データがランダムに分布する少なくとも1つの確率変数が必要である。図4の式(1)には、そのような確率変数がXである場合を例にとり、確率変数Xが個別データ $x_i$ の集合として構成されることが示されている。図5には、確率変数と度数との関係（度数分布）を説明するために、ランダムに対数正規分布を示す個別データの集合の一例がヒストグラムで示されている。

【0021】このばらつき推定方法においては、さらに、少なくとも1つの確率変数の平均値の性能関数も必要である。図4には式(2)として、そのような性能関数が一般的な関数fとして示されており、この式においては、性能値Zが確率変数X, Y, Y, ...の関数とされている。しばしば用いられる、その性能値Zの具体例は発生度数Wであり、その発生度数Wは、同図に式

(3)として示すように、ランダムに分布する発生時間間隔Xの平均値E[X]の関数gである。しばしば用いられる別の具体例は百分率Pであり、その百分率Pは、同図に式(4)として示すように、ランダムに分布する発生時間間隔Xの平均値E[X]と、ランダムに分布する発生持続時間Yの平均値E[Y]との関数hである。

【0022】図6には、第1の確率変数としての発生時間間隔Xに属するいくつかの個別データ $x_i$ と、第2の確率変数としての発生持続時間Yに属するいくつかの個別データ $y_i$ とがそれぞれ概念的に例示されている。

【0023】ここで、このばらつき推定プログラムの内容を図3のフローチャートに基づいて説明する。

【0024】このばらつき推定プログラムにおいては、まず、ステップS1（以下、単に「S1」で表す。他のステップについても同じとする）において、確率変数に関する情報、すなわち、確率変数を構成する複数の個別データであるデータ集合が準備される。

【0025】なお付言すれば、このS1においては、確率変数のデータ集合は、必要ならば、そのデータ集合のうちの最小の個別データ群および／または最大の個別データ群のあるパーセンテージを取り除くことにより、切り取られ得る。このことは、図7に概念的に示されており、同図においては、図5に示す例における最小の個別データ群と最大の個別データ群とのうちの不一致部分が取り除かれる。

【0026】さらに付言すれば、このS1においては、例えば、確率変数のデータ集合のうちウォーミング・アップ期間（すなわち、過渡期間）における個別データを取り除くことができる。

【0027】次に、S2において、図4に式(5)として示すように、各確率変数に属するすべての個別データ $x_i$ ,  $y_i$ の各合計値が計算され、さらに、その計算された各合計値が個別データ $x_i$ ,  $y_i$ の数nで割り算さ



れることにより、確率変数 $X$ ,  $Y$ の算術平均が平均値 $E[X]$ ,  $E[Y]$ として決定される。

【0028】続いて、 $S3$ において、各確率変数 $X$ ,  $Y$ に属するすべての個別データ $x_i$ ,  $y_i$ の標準偏差 $S[X]$ ,  $S[Y]$ が決定される。標準偏差の推定量が様々存在し、例えば、標準偏差の不偏推定量または標準偏差の最尤推定量がある。それら推定量間の差は小さく、データ集合の数 $n$ が増加するにつれて $0$ に近づく。標準偏差の不偏推定量が望ましいが、いずれの推定量でも使用可能である。分散についても同様であり、定義によれば、分散は標準偏差の二乗である。

【0029】この $S3$ においては、独立同一分布の個別データについては、標準偏差の不偏推定量 $S[X]$ が、図4に式(6)として示すように計算され得る。また、標準偏差の最尤推定量 $S_{ML}[X]$ が、同図に式(7)として示すように計算され得る。

【0030】その後、 $S4$ において、変数分析が行われる。この変数分析とは、2以上の確率変数が使用される場合にそれら確率変数間の依存性を決定することである。それら確率変数が互いに独立である場合には、依存度は不要である。しかしながら、それら確率変数が互いに独立ではない場合には、依存度が必要である。共分散が依存度として使用される。2つの確率変数の共分散の不偏推定量 $Cov[X, Y]$ は、図8に式(8)として示すように計算される。

【0031】なお付言すれば、この $S4$ においては、共分散の不偏推定量 $Cov[X, Y]$ の代わりに、図8に式(9)として示す共分散の最尤推定量 $Cov_{ML}[X, Y]$ を使用することができる。それら共分散の不偏推定量と共分散の最尤推定量との差は小さく、このばらつき推定方法においては双方を使用し得る。

【0032】さらに付言すれば、この $S4$ においては、共分散の代わりに、図8に式(10)として示す相関係数 $Corr[X, Y]$ を使用することが可能である。

【0033】その後、 $S5$ において、すべての確率変数 $X$ ,  $Y$ につき、各確率変数の平均値の性能関数の勾配が、 $S2$ において決定された平均値 $E[X]$ ,  $E[Y]$ において決定される。各勾配は、各平均値における各タンジェントとして可視化することが可能である。その一例が図1に示されており、同図においては、度数の性能関数(破線グラフ)が、平均発生時間間隔 $E[X]$ の位置における接線(実線グラフ)と共にプロットされている。同図には、さらに、確率変数 $X$ の度数分布が上に凸の実線グラフで示されるとともに、性能値 $Z$ の度数分布が右に凸の実線グラフで示されている。

【0034】ある確率変数についての勾配は、その確率変数の性能関数をその確率変数に関して微分することにより、決定される。この決定は、すべての確率変数について行わなければならないが、その結果、各確率変数ごとに1つの勾配が与えられる。

【0035】なお付言すれば、図4の式(3)には、一例として、度数 $W$ についての性能関数 $g$ が示され、その微分係数であって唯一の確率変数に関するものが図8に式(11)として示されている。また、図4の式

(4)には、別の例として百分率 $P$ に関する性能関数 $h$ が示され、この例においては、百分率 $P$ が2つの確率変数 $X$ ,  $Y$ に基づいて計算される。それらの2つの微分係数が図8にそれぞれ式(12)と(13)として示されている。

【0036】しかしながら、性能関数の勾配を、平均値におけるその性能関数の勾配として正確に決定することは本発明を実施する上において不可欠なことではなく、複数の個別データのうちそれらの平均値に近い個別データにおける性能関数の勾配として近似的に決定するようにして本発明を実施することが可能である。勾配を決定する手法により本発明の範囲が限定されることはないのである。

【0037】その後、 $S6$ において、性能関数の平均値 $E[Z]$ が決定される。この決定は、図4の式(3)においては度数 $W$ の例について、同図の式(4)においては百分率 $P$ の例についてそれぞれ示すように、確率変数の平均値 $E[X]$ ,  $E[Y]$ を性能関数 $g$ ,  $h$ にそれぞれ代入することにより、行うことができる。

【0038】続いて、 $S7$ において、 $S5$ において決定された勾配を利用することにより、 $S3$ において確率変数 $X$ ,  $Y$ についてそれぞれ計算された標準偏差 $S[X]$ ,  $S[Y]$ が、性能関数の値である性能値 $Z$ の標準偏差 $S[Z]$ に変換される。

【0039】1つの確率変数 $X$ については、その変換は、図9に式(14)として示すように、容易に行うことができる。この方程式は、標準偏差 $S[X]$ に微分係数 $df/dE[X]$ を乗ずる演算により、標準偏差 $S[X]$ が性能値 $Z$ の標準偏差 $S[Z]$ に変換されることを示している。ここで、注記するに、二乗の平方根は標準偏差の符号が正であることを保証する。

【0040】2つの確率変数 $X$ ,  $Y$ については、同図に式(15)として示す方程式を使用することができる。この方程式は、標準偏差 $S[X]$ に微分係数 $df/dE[X]$ を乗ずる演算と、標準偏差 $S[Y]$ に微分係数 $df/dE[Y]$ を乗ずる演算と、共分散 $Cov[X, Y]$ に微分係数 $df/dE[X]$ と $df/dE[Y]$ とを乗ずる演算とにより、2つの標準偏差 $S[X]$ ,  $S[Y]$ が1つの性能値 $Z$ の標準偏差 $S[Z]$ に変換されることを示している。この方程式には、共分散 $Cov[X, Y]$ の項が存在するが、この値には $S4$ において計算されたものが使用される。

【0041】ここで、注記すると、複数の確率変数が互いに独立している場合には、共分散 $Cov[X, Y]$ が $0$ であり、その項を上記方程式において省略することができる。ただし、複数の確率変数が互いに独立している

か否かにかかわらず、共分散  $Cov[X, Y]$  の項を上記方程式において省略するようにして本発明を実施することが可能である。

【0042】3以上の確率変数が使用される場合には、より複雑な統計的手法を使用しなければならない。

【0043】要するに、本実施形態においては、性能関数の標準偏差が確率変数の標準偏差を反映するようにするためにその性能関数を使用されるのではなく、その性能関数の勾配が使用されるのである。

【0044】具体的には、本実施形態においては、性能関数の勾配が急である場合には、確率変数の標準偏差が拡大されて性能関数の標準偏差に変換される傾向が強いのに対し、性能関数の勾配が緩やかである場合には、確率変数の標準偏差が縮小されて性能関数の標準偏差に変換される傾向が強いという統計上の特性に着目することにより、性能関数の勾配に応じた比率で確率変数の標準偏差が性能関数の標準偏差に変換されるのである。

【0045】その後、S8において、確率変数に属する個別データの数  $n$  につき、S7において性能関数の値（性能値）について変換された標準偏差  $S[Z]$  が正規化される。現時点における標準偏差  $S[Z]$  は、1つの個別データが理論的に取り得る値である。したがって、平均値の性能関数について標準偏差を取得するために、図9に式(16)として示すように、その性能関数の標準偏差  $S[Z]$  を個別データの数  $n$  の平方根で割り算することが必要である。そのような正規化により取得された標準偏差  $S_{mean}[Z]$  は、次のS9における信頼区間の計算に自動的に取り込まれる。

【0046】続いて、そのS9において、性能関数の信頼区間を決定するために、S6において性能関数について決定された平均値  $E[Z]$  と、S8においてその性能関数について決定された標準偏差  $S_{mean}[Z]$  とが用いられる。信頼区間は、選択された信頼度  $a$ 、個別データの数  $n$ （標本数）、一般的な性能関数  $f$  の標準偏差  $S[Z]$ 、および一般的な性能関数  $f$  の平均値  $E[Z]$  に依存する。信頼区間半幅  $CI[Z]$  は、図10に式(17)として示すようにして計算される。この式においては、 $z_{n-1, (1-a)/2}$  が、個別データの数が  $n$  であり、かつ、 $(1-a)/2$  を分位点とする場合におけるカイ二乗分布である。信頼区間半幅  $CI[Z]$  は、同図に式(20)として示すように、信頼区間の範囲を与える。

【0047】なお付言すれば、信頼区間を計算するための別の手法が存在し、それは例えば、学生  $t$  分布を使用する手法である。信頼区間を計算する手法により本発明の範囲が限定されることはない。

【0048】以上で、この確率変数関数ばらつき推定プログラムの一回の実行が終了する。

【0049】本実施形態の内容を、その現実的な一応用例に着目し、前述の一従来例であるバッチング方法と

比較しつつ、具体的に説明する。

【0050】この応用例は、生産システムのシミュレーションに関するものである。この応用例においては、特定の機械の故障が分析される。説明を簡単にするために、その機械は、故障に後続した修理状態と、使用可能状態とのいずれかにあるものとする。シミュレーションは、模倣的な生産システムの性能を決定するために行われる。

【0051】このシミュレーションにおいては、故障時間間隔の個別データ  $x$  が記録され、それにより、故障時間間隔のデータ集合  $X$  が生成される。修理時間の個別データ  $y$  も記録され、それにより、修理時間のデータ集合  $Y$  が生成される。注記するに、図6に示すように、修理時間  $y$  は、故障時間間隔  $x$  の一部である。

【0052】故障は稀にしか起こらない事象であり、故障が2回続けて発生する時間間隔の平均値は長い。そのため、長時間のシミュレーションを実行しても、少ない回数故障しか発生しなかった。選択された長いシミュレーション時間の間、機械のウォーミング・アップ期間において個別データを取り除いた後、確率変数  $X, Y$  についての独立同一分布の16個の個別データ  $x, y$  の集合を取得した。この処理は、図3におけるS1に関連している。

【0053】ところで、少ない数の個別データの集合については、前述のバッチング方法は使用することができない。それら16個の個別データを4個の個別データずつ、4個のバッチに分割することは可能であるが、そのバッチング方法の結果得られる平均値（以下、「バッチ平均値」という）は、非常に不正確であろう。バッチ平均値の標準偏差は、4個のバッチ平均値のみに依存するであろうし、したがって、その標準偏差も非常に不正確であろう。その結果、そのバッチング方法を可能にするためには、シミュレーションを長時間行うことが必要であろう。16個の個別データを取得するためのシミュレーションが既に非常に長かったので、より長時間のシミュレーションは望ましくない。

【0054】しかしながら、本実施形態によれば、信頼区間の計算を容易に行うことが可能となる。

【0055】このシミュレーションにおいては、初回の分析により、図4の式(5)および(6)と、図8の式(8)および(10)とを用いることにより、算術平均  $E$  と、不偏標準偏差  $S$  と、不偏共分散  $Cov$  と、不偏相関係数  $Corr$  につき、下記のような値が得られた。

【0056】 $E[X] = 109 \text{ min}$

$E[Y] = 15 \text{ min}$

$S[X] = 53 \text{ min}$

$S[Y] = 10 \text{ min}$

$Cov[X, Y] = 105 \text{ min}$

$Corr[X, Y] = 0.1981$

【0057】その相関係数  $Corr[X, Y]$  は、確率

変数XとYとの間に正の依存(相関)があること、すなわち、比較的長い故障時間間隔の後に比較的長い修理時間が存在する可能性があることを示している。そのような処理は、図3におけるS2ないしS4に関連する。

【0058】S5においては、性能関数の勾配が計算される。この計算においては、まず、平均故障時間間隔Xに基づき、かつ、図4の式(3)に従い、故障度数Wが計算される。さらに、修理時間百分率Pが、同図に式(4)として示す平均値の関数として計算される。次に、各性能関数の各微分係数の、平均値における値が計算される。性能関数の3つの微分係数が図8に式(11)ないし(13)としてそれぞれ示されている。平均値におけるそれら微分係数の値は下記のものであった。

【0059】 $dW/dE[X]=0.00008417$   
 $dP/dE[X]=0.001263$   
 $dP/dE[Y]=0.009174$

【0060】S6においては、性能関数の平均値が決定される。その結果、故障度数Wの値は、1分当たり0.009174回であり、故障百分率Pの値は、13.76%であった。

【0061】S7においては、性能関数の標準偏差が、故障度数Wについては図9の式(14)に従い、故障百分率Pについては同図の式(15)に従ってそれぞれ計算される。その結果、故障度数Wの標準偏差は、1分当たり0.004461回であり、故障百分率Pの標準偏差は、10.23%であった。

【0062】しかしながら、それら標準偏差は、その個別データの数nの特定値に関するものである。そこで、S8においては、正規化のため、平均値の標準偏差が図9の式(16)に従って計算される。その結果、故障度数Wの平均値の標準偏差は、1分当たり0.001115回となり、故障百分率Pの平均値の標準偏差は、2.557%となった。

【0063】最後に、S9において、信頼区間半幅CIが図10の式(17)に従って計算される。この応用例においては、95%の信頼度aが選択され、この状況下、故障度数Wの平均値の信頼区間半幅CIは、0.002377であり、故障百分率Pの標準偏差は、5.450%であった。これは、1分当たりの故障度数Wの信頼区間に関連し、それは下記に示されている。この信頼区間はさらに、8時間交替制における1シフトごとの故障発生回数を単位として与えられる。

【0064】0.004461プラス・マイナス0.002377回/分  
 2.14プラス・マイナス1.14回/シフト

【0065】同様に、故障百分率Pの信頼区間が、下記のように与えられる。

【0066】10.2%プラス・マイナス5.450%

【0067】したがって、個別データの数が少ないために標準的なバッチング方法は使用し得ない場合であって

も、本実施形態によれば、個別データの集合について信頼区間を計算することが可能となる。そのようにして取得された信頼区間は、その情報が十分に正確であるか否か、または、より多くの個別データを収集して計算結果の精度を高めるためにシミュレーションを追加的に行うことが必要であるか否かを判断するために使用することが可能である。

【0068】以上の説明から明らかなように、本実施形態においては、S1が前記(1)項における「確率変数取得工程」の一例を構成し、S2が同項における「代表値決定工程」の一例を構成し、S3が同項における「統計量決定工程」の一例を構成し、S5が同項における「勾配決定工程」の一例を構成し、S4とS7とS9とが互いに共同して同項における「統計量変換工程」の一例を構成しているのである。

【0069】[第2実施形態]

【0070】次に、本発明の第2実施形態を説明する。ただし、本実施形態は、第1実施形態とハードウェア構成が共通し、異なるのは確率変数関数ばらつき推定プログラムのみであるため、そのプログラムについてのみ詳細に説明する。

【0071】第1実施形態においては、確率変数のばらつきを決定するためにその確率変数の標準偏差が使用されている。すなわち、第1実施形態においては、確率変数のばらつきを表す統計量としての標準偏差が決定され、それがその後、関数の値のばらつきを表す統計量としての標準偏差に変換され、そして、最終的に信頼区間が決定されるようになっているのである。

【0072】これに対して、本実施形態においては、確率変数のばらつきを決定するためにその確率変数の信頼区間半幅が使用されている。すなわち、本実施形態においては、確率変数のばらつきを表す統計量としての信頼区間半幅が決定され、それがその後、関数の値のばらつきを表す統計量としての信頼区間半幅に変換されるのである。

【0073】図11には、本実施形態における確率変数関数ばらつき推定プログラムの内容が概念的にフローチャートで表されている。このプログラムは、図2におけるコンピュータ・システム10と同様なものにより実行される。

【0074】この確率変数関数ばらつき推定プログラムにおいては、S31ないしS33が第1実施形態におけるS1ないしS3と同様にして実行される。

【0075】その後、S34において、S31において取得されたすべての確率変数X、Yについて信頼区間半幅CIが計算される。その信頼区間半幅CIを計算するために、図10に式(17)として示すような標準的な方程式を使用することができる。この際、性能値Zの標準偏差S[Z]の代わりに確率変数X、Yの標準偏差S[X]、S[Y]が使用される。信頼区間半幅CIは、

確率変数  $X$ ,  $Y$  のばらつきでもある。信頼度  $\alpha$  は、信頼区間半幅  $CI$  を計算するために選定することが必要である。

【0076】続いて、S35において、第1実施形態におけるS4におけると同様にして、複数の確率変数  $X$ ,  $Y$  間における共分散  $Cov[X, Y]$  が計算される。

【0077】その後、S36において、性能関数において使用される確率変数の数が複数である場合には、相関係数  $Corr$  が計算される。この説明においては、性能関数が2つの確率変数  $X$ ,  $Y$  の関数であると仮定されている。相関係数  $Corr[X, Y]$  の計算は、S35において計算された共分散  $Cov[X, Y]$  と、S33においてそれら複数の確率変数  $X$ ,  $Y$  について決定された標準偏差  $S[X]$ ,  $S[Y]$  とに基づいて行われる。図8の式(10)は、それら相関係数  $Corr[X, Y]$ 、共分散  $Cov[X, Y]$ 、標準偏差  $S[X]$  および  $S[Y]$  相互の関係を示している。

【0078】続いて、S37において、第1実施形態におけるS5におけると同様にして、すべての確率変数  $X$ ,  $Y$  につき、各確率変数  $X$ ,  $Y$  の平均値  $E[X]$ ,  $E[Y]$  の性能関数の勾配が、S32において決定された平均値  $E[X]$ ,  $E[Y]$  において決定される。

【0079】その後、S38において、第1実施形態におけるS6におけると同様にして、性能関数の平均値  $E[Z]$  が決定される。

【0080】続いて、S39において、S37において決定された勾配を利用することにより、S34において確率変数について決定された信頼区間半幅  $CI$  が直接に（すなわち、標準偏差という統計量を經由しないで）、性能関数の信頼区間半幅  $CI$  に変換される。

【0081】具体的には、確率変数の数が1つである場合には、信頼区間半幅  $CI$  の計算が、図10の式(18)を用いて行われる。ここで、注記するに、二乗の平方根は信頼区間半幅  $CI$  の符号が正であることを保証する。

【0082】これに対して、確率変数の数が2つである場合には、信頼区間半幅  $CI$  の計算が図10の式(19)を用いて行われる。この方程式には、相関係数  $Corr[X, Y]$  の項が存在する。ここで、注記するに、それら複数の確率変数  $X$ ,  $Y$  が互いに独立している場合には、その相関係数  $Corr[X, Y]$  の項が0であり、その項は省略することができる。

【0083】確率変数の数が1つである場合も2つである場合も、図10に式(18)および(19)として示すように、勾配が信頼区間半幅  $CI$  の計算に使用される。

【0084】確率変数の数が3以上である場合には、より複雑な統計的手法を使用しなければならない。

【0085】その後、S40において、第1実施形態におけるS8におけると同様にして、平均値の性能関数に

ついて標準偏差  $S[Z]$  が計算される。

【0086】続いて、S41において、S39において決定された信頼区間半幅  $CI$  と、S38において決定された平均値  $E[Z]$  とに基づき、性能関数の信頼区間が計算される。その計算のための式が図10の式(20)として示されている。

【0087】以上で、この確率変数関数ばらつき推定プログラムの一回の実行が終了する。

【0088】以上の説明から明らかなように、本実施形態においては、S31が前記(1)項における「確率変数取得工程」の一例を構成し、S32が同項における「代表値決定工程」の一例を構成し、S33とS34とが互いに共同して同項における「統計量決定工程」の一例を構成し、S37が同項における「勾配決定工程」の一例を構成し、S35とS36とS39とS41とが互いに共同して同項における「統計量変換工程」の一例を構成しているのである。

【0089】〔第3実施形態〕

【0090】次に、本発明の第3実施形態を説明する。ただし、本実施形態は、第1および第2実施形態とハードウェア構成が共通し、異なるのは確率変数関数ばらつき推定プログラムのみであるため、そのプログラムについてのみ詳細に説明する。

【0091】第1および第2実施形態においては、確率変数の関数のばらつきを推定するためにその確率変数の標準偏差が使用されている。

【0092】これに対して、本実施形態においては、確率変数の関数のばらつきを推定するためにその確率変数の標準偏差が一切使用されない。本実施形態においては、確率変数の平均値に関するタンジェント方程式が生成されるとともに、そのタンジェント方程式を用いることにより、確率変数に属する複数の個別データの集合が、性能関数の値を表す複数の個別データの集合に変換される。

【0093】すなわち、本実施形態においては、それら複数の個別データの集合が確率変数の関数のばらつきを表現する統計量として使用されているのである。

【0094】図12には、本実施形態における確率変数関数ばらつき推定プログラムの内容が概念的にフローチャートで表されている。このプログラムは、図2におけるコンピュータ・システム10と同様なものにより実行される。

【0095】この確率変数関数ばらつき推定プログラムにおいては、S51ないしS53が第1実施形態におけるS1、S2およびS5と同様にして実行される。

【0096】その後、S54において、確率変数の平均値と、性能関数の勾配とに基づき、タンジェント方程式が決定される。そのタンジェント方程式の次元数は、確率変数の数と等しい。

【0097】確率変数の数が1つである場合には、その

タンジェント方程式は直線を表すものとなる。これに対して、確率変数の数が2つである場合には、そのタンジェント方程式は平面を表すものとなる。より高次元については、可視化することは困難であるが、類似のタンジェントが構成され得る。図13には式(21)として、確率変数の数が1つである場合に一般的なタンジェント方程式  $f'$  が示され、式(22)として、確率変数の数が2つである場合に一般的なタンジェント方程式  $f'$  が示されている。

【0098】その後、S55において、S54において決定されたタンジェント方程式に、すべての確率変数に関する個別データの集合が代入される。この代入により、確率変数  $X, Y$  に属する各個別データ  $x, y$  に基づき、平均値の性能関数について個別データの集合  $Z'$  が生成される。そのタンジェント方程式が図13に式(23)として示されている。

【0099】続いて、S56において、性能関数の個別データの集合  $Z'$  について標準偏差が計算される。定義により、その個別データの集合  $Z'$  の平均値は、確率変数の平均値に関する性能関数の値と等しい。その標準偏差は、その不偏推定量または最尤推定量については、図4の式(6)または(7)を用いて計算される。

【0100】その後、S57において、個別データの集合  $Z'$  の標準偏差と、個別データの集合  $Z'$  における個別データの数とに基づき、信頼区間が計算される。この計算は、信頼区間半幅を計算するためには、図10に式(17)として示す標準的な方程式が使用され、また、信頼区間を計算するためには、同図に式(20)として示す方程式が使用される。

【0101】本実施形態においては、信頼区間を計算するためのより複雑かつ高度な手法の使用を可能にしつつ、平均値の関数について個別データの集合の全体が利用可能であることが重要である。例えば、信頼区間のうち平均値の関数の値より下側の領域と上側の領域とについて互いに異なる信頼区間半幅を取得するためには、その個別データの分布形状を考慮することが可能である。

【0102】以上の説明から明らかなように、本実施形態においては、S51が前記(1)項における「確率変数取得工程」の一例と、同項における「統計量決定工程」の一例とを構成し、S52が同項における「代表値決定工程」の一例を構成し、S53が同項における「勾配決定工程」の一例を構成し、S54ないしS57が互いに共同して同項における「統計量変換工程」の一例を構成しているのである。

【0103】さらに、本実施形態においては、S51が前記(15)項における「データ取得工程」の一例を構成し、S52が同項における「代表値決定工程」の一例を構成し、S53が同項における「勾配決定工程」の一例を構成し、S54とS55とが互いに共同して同項における「データ集合変換工程」の一例を構成しているの

である。

【0104】以上、本発明のいくつかの実施形態を説明したが、それら実施形態によれば、下記のいくつかの効果が選択的にまたは一緒に実現され得る。

【0105】(a) 個別データの集合の大きさが従来方法に比較して小さくても、確率変数の平均値の関数のばらつきを計算することができる。例えば、上記いくつかの実施形態において利用可能な個別データの集合の大きさは2以上であり、少なくとも5であることが好ましい。

【0106】(b) 従来のバッチング方法より高い精度で平均値の関数のばらつきを計算することができる。

【0107】(c) 従来のバッチング方法より少ない手間で平均値の関数のばらつきを計算することができる。

【0108】(d) 新たな個別データが利用可能となった場合には、最小の手間で平均値の関数のばらつきを更新することができる。

【0109】(e) コンピュータの記憶容量および計算能力に対する要求を最小としつつ、平均値の関数のばらつきを計算することができる。

【0110】(f) 例えばソフトウェア・シミュレーションにより得られた個別データの集合の結果の有効性を簡単にかつ精度よく計算するようにすることを考慮しつつ、上記いくつかの実施形態におけるばらつき推定方法を従来方法におけるより容易に、コンピュータにより自動的に実行されるソフトウェア・プログラムにおいて実現することができる。

【0111】(g) 離散事象のシミュレーションに関し、従来のバッチング方法では多数回のシミュレーションか、または多数個のバッチに分割された長時間のシミュレーションが必要であるが、上記いくつかの実施形態では、信頼区間の計算に一回のシミュレーションで十分であろう。その結果、上記いくつかの実施形態によれば、シミュレーション時間を節減することができるし、ある時間内により多い回数のシミュレーションを行うことができる。

【0112】(h) 離散事象のシミュレーションに関し、個別データの数が少ない場合であっても信頼区間を計算することができる。例えば、発生することが稀な事象である場合であっても、計算結果の有効性を短時間のシミュレーションの間に決定することができる。

【0113】(i) 上記いくつかの実施形態によれば、コンピュータの計算能力を高める必要性も記憶容量を大きくする必要性も少ないため、離散事象のシミュレーションに関し、そのシミュレーションの進行につれて更新されるようにして信頼区間を計算することが可能である。すなわち、そのシミュレーションの進行につれて信頼区間幅が減少する様子をモニタすることが可能なのである。このような情報は、例えば、要求精度が達成されてそのシミュレーションを停止させ得る時期を判断する

ために使用することができる。

【0114】上記いくつかの実施形態であって信頼区間を計算することが可能であるものは、それら実施形態の実施対象である事象のシミュレーションの進行中、信頼区間を自動的に更新する態様で実施することが可能である。取得した個別データの和に基づき、平均値、標準偏差および相関を計算することが可能である。したがって、別の個別データが利用可能となれば、新しい信頼区間を生成するためにそれらの和を単に更新することが必要となる。よって、手間をほとんどかけずに、シミュレーションの進行につれて信頼区間を計算することが可能である。

【0115】この態様によれば、必要な信頼度に従ってシミュレーションを自動的に終了させることも可能となる。シミュレーションのモデルの作成中、少なくとも1つのシミュレーション・パラメータに関してそれぞれ信頼区間半幅の要求値が特定される。そのシミュレーションの実行中、それらシミュレーション・パラメータの各信頼区間半幅が連続的に更新される。すべてのシミュレーション・パラメータについて信頼区間半幅の実際値（計算結果）がその要求値以下になれば、そのシミュレーションが終了させられる。

【0116】さらに、この態様によれば、現在のシミュレーション手法に関する大きな問題、すなわち、正確なシミュレーション時間を決定することが困難であるという問題が解決される。この態様によれば、精度について予め定められた基準が達成されたならば、シミュレーションが自動的に終了させられるようにすることが可能である。

【0117】一般に、前述のバッチング方法に従ってシミュレーションにより信頼区間を計算する場合には、少なくとも5回、普通、10回から30回のシミュレーションを行うことが必要である。これに対して、上記いくつかの実施形態によれば、ただ1回のシミュレーションにより信頼区間を計算することが可能である。

【0118】さらに、上記いくつかの実施形態によれば、少ない数の個別データ、例えば、10個の個別データに基づいて信頼区間を計算することが可能である。これに対して、従来のバッチング方法では、そのように少ない数の個別データに基づいて有効な信頼区間を計算することはできない。

【0119】さらにまた、上記いくつかの実施形態によれば、上述のように、1回のシミュレーションが少ない数の個別データに基づいて行われて信頼区間が計算されるにもかかわらず、その信頼区間が、多数回のシミュレーションが多い数の個別データに基づいて行われて信頼区間を計算する従来のバッチング方法により計算される信頼区間の範囲とほぼ等しい範囲を有するように計算される。

【0120】なお付言すれば、確率変数の分布に関する

情報が個別データの集合としてではなく、確率密度関数として利用できる場合がある。この場合、上記いくつかの実施形態は、その確率密度関数に基づいて前記平均値および標準偏差を決定するように変更され得る。

【0121】〔第4実施形態〕

【0122】次に、本発明の第4実施形態を説明する。ただし、本実施形態は、第1ないし第3実施形態とハードウェア構成が共通し、異なるのは確率変数ばらつき推定プログラムのみであるため、そのプログラムについてのみ詳細に説明する。

【0123】前述のように、確率変数のばらつきと、確率変数の代表値の関数のばらつきとは、その関数の勾配によって互いに関連付けることが可能である。このことは、確率変数の関数の勾配を用いれば、確率変数のばらつきからその確率変数の代表値の関数のばらつきを推定するという、前向き推定のみならず、確率変数の代表値の関数のばらつきからその確率変数のばらつきを推定するという、後向き推定も可能であることを意味する。

【0124】一方、有用であることが、確率変数に基づいて性能関数の平均値のばらつき（分散）を計算することではなく、該当する方程式を逆算して、確率変数について必要な統計量であって性能関数について特定のばらつき（分散）を取得するために使用することが必要なものを取得することである場合があり得る。この場合においても、本発明を適用することが可能である。

【0125】前述の第1ないし第3実施形態においては、上述の前向き推定が行われるのに対し、本実施形態においては、上述の後向き推定が行われる。

【0126】本実施形態においては、性能関数のばらつきに関して予め定められたばらつき条件が、性能関数の分布の中心位置と散布度とを規定するように設定されている。

【0127】図14には、本実施形態における確率変数ばらつき推定プログラムの内容が概念的にフローチャートで示されている。

【0128】この確率変数ばらつきプログラムにおいては、まず、S71において、ばらつき条件を表すデータがストレージ14から読み出される。そのデータはストレージ14に予め記憶されている。

【0129】次に、S72において、性能関数の、上記規定された中心位置に関する勾配が、図4に式(2)、(3)または(4)として示す方程式を用いることにより決定される。

【0130】続いて、S73において、その決定された勾配と、前記規定された散布度とに基づき、確率変数の信頼区間が確率変数のばらつきを表す統計量として決定される。具体的には、確率変数の信頼区間が前記規定された散布度に、勾配が急である場合において緩やかである場合におけるより敏感に応答するように、前記規定さ

れた散布度が確率変数の信頼区間に変換される。

【0131】以上で、この確率変数ばらつき推定プログラムの一回の実行が終了する。

【0132】以上の説明から明らかなように、本実施形態においては、S72が前記(20)項における「勾配決定工程」の一例を構成し、S73が同項における「ばらつき決定工程」の一例を構成しているのである。

【0133】以上、本発明のいくつかの実施形態を図面に基いて詳細に説明したが、これらは例示であり、前記「課題を解決するための手段および発明の効果」の欄に記載の態様を始めとして、当業者の知識に基づいて種々の変形、改良を施した他の形態で本発明を実施することが可能である。

【図面の簡単な説明】

【図1】本発明の第1実施形態に従う確率変数関数ばらつき推定方法における確率変数Xと性能値Zと性能関数fとタンジェント関数f'との関係を説明するためのグラフである。

【図2】上記確率変数関数ばらつき推定方法を実施するためにユーザにより使用されるコンピュータ・システムのハードウェア構成を概念的に示すブロック図である。

【図3】図2における確率変数関数ばらつき推定プログラムの内容を概念的に表すフローチャートである。

【図4】図3の確率変数関数ばらつき推定プログラムの内容を説明するための複数の式を列記した図である。

【図5】上記確率変数関数ばらつき推定方法における確率変数の度数分布を示すヒストグラムである。

【図6】上記確率変数関数ばらつき推定方法が実施される事象の内容を概念的に示すグラフである。

【図7】上記確率変数関数ばらつき推定方法における確率変数であって異常値排除が行われたものの度数分布を示すヒストグラムである。

【図8】図3の確率変数関数ばらつき推定プログラムの内容を説明するための別の複数の式を列記した図である。

【図9】図3の確率変数関数ばらつき推定プログラムの内容を説明するための更に別の複数の式を列記した図である。

【図10】図3の確率変数関数ばらつき推定プログラムの内容を説明するための更に別の複数の式を列記した図である。

【図11】本発明の第2実施形態に従う確率変数関数ばらつき推定方法を実施するためにコンピュータにより実行される確率変数関数ばらつき推定プログラムの内容を概念的に表すフローチャートである。

【図12】本発明の第3実施形態に従う確率変数関数ばらつき推定方法を実施するためにコンピュータにより実行される確率変数関数ばらつき推定プログラムの内容を概念的に表すフローチャートである。

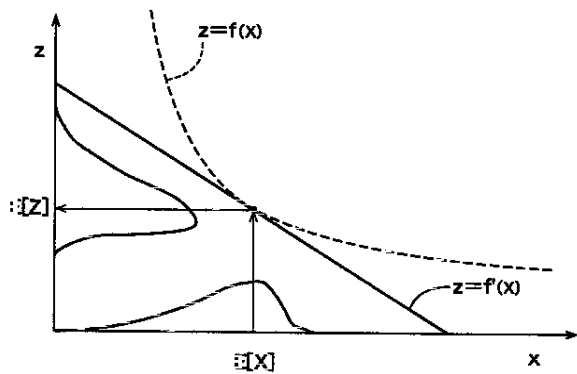
【図13】図12の確率変数関数ばらつき推定プログラムの内容を説明するための複数の式を列記した図である。

【図14】本発明の第4実施形態に従う確率変数ばらつき推定方法を実施するためにコンピュータにより実行される確率変数ばらつき推定プログラムの内容を概念的に表すフローチャートである。

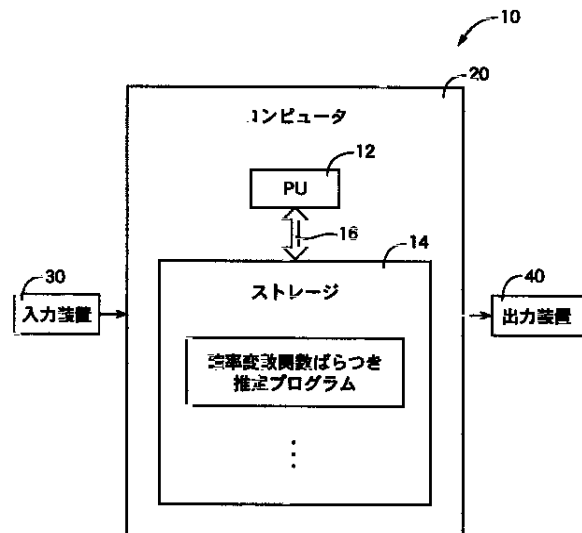
【符号の説明】

- 10 コンピュータ・システム
- 12 プロセッシング・ユニット
- 14 ストレージ
- 20 コンピュータ
- 30 入力装置
- 40 出力装置

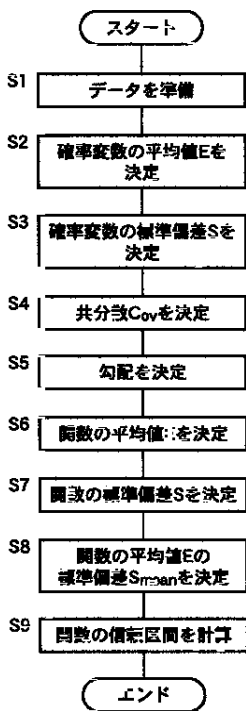
【図1】



【図2】



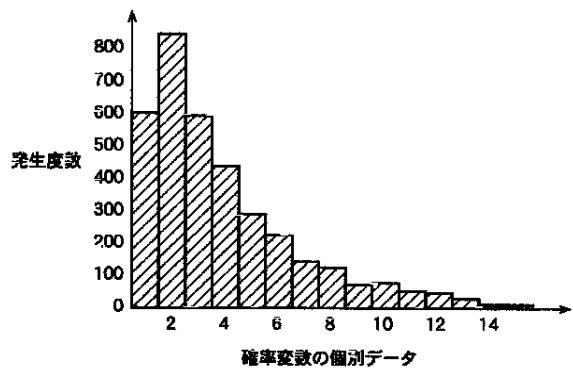
【図3】



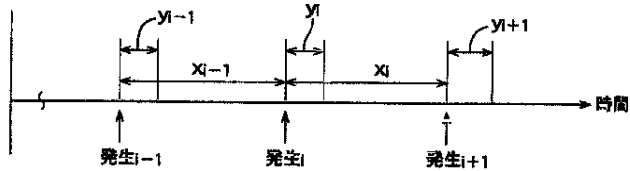
【図4】

$$\begin{aligned}
 X &= \{x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n\} & \dots (1) \\
 Z &= f(E[X], E[Y], \dots) & \dots (2) \\
 W &= g(E[X]) = \frac{1}{E[X]} & \dots (3) \\
 P &= h(E[X], E[Y]) = \frac{E[Y]}{E[X]} & \dots (4) \\
 E[X] &= \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} & \dots (5) \\
 S[X] &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - E[X])^2}{n-1}} & \dots (6) \\
 S_{ML}[X] &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - E[X])^2}{n}} & \dots (7)
 \end{aligned}$$

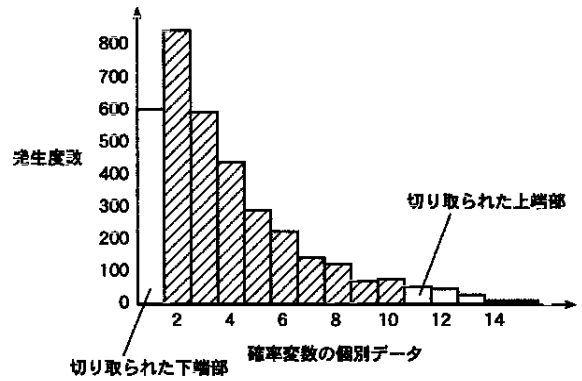
【図5】



【図6】



【図7】



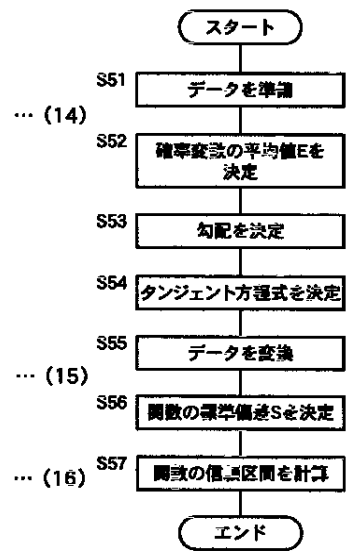
【図12】

【図8】

$$\begin{aligned}
 \text{Cov}[X, Y] &= \frac{1}{n-1} \left( \sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i - \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot \sum_{i=1}^n y_i}{n} \right) & \dots (8) \\
 \text{Cov}_{ML}[X, Y] &= \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i}{n} - \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot \sum_{i=1}^n y_i}{n^2} & \dots (9) \\
 \text{Corr}[X, Y] &= \frac{\text{Cov}[X, Y]}{S[X] \cdot S[Y]} & \dots (10) \\
 \frac{dg}{dE[X]} &= \frac{-1}{E[X]^2} & \dots (11) \\
 \frac{dh}{dE[X]} &= \frac{-E[Y]}{E[X]^2} & \dots (12) \\
 \frac{dh}{dE[Y]} &= \frac{1}{E[X]} & \dots (13)
 \end{aligned}$$

【図9】

$$\begin{aligned}
 S[Z] &= \sqrt{\left( \frac{df}{dE[X]} \cdot S[X] \right)^2} & \dots (14) \\
 S[Z]^2 &= \left( \frac{df}{dE[X]} \cdot S[X] \right)^2 & \dots (15) \\
 &+ \left( 2 \cdot \frac{df}{dE[X]} \cdot \frac{df}{dE[Y]} \cdot \text{Cov}[X, Y] \right) & \dots (15) \\
 &+ \left( \frac{df}{dE[Y]} \cdot S[Y] \right)^2 & \dots (15) \\
 S_{\text{mean}}[Z] &= \frac{S[Z]}{\sqrt{n}} & \dots (16)
 \end{aligned}$$





【図10】

$$CI[Z] = z_{n-1, (1-a)/2} \cdot \frac{S[Z]}{\sqrt{n}} \quad \dots (17)$$

$$CI[Z] = \sqrt{\left( \frac{df}{dE[X]} \cdot CI[X] \right)^2} \quad \dots (18)$$

$$CI[Z]^2 = \left( \frac{df}{dE[X]} \cdot CI[X] \right)^2 + \left[ 2 \cdot \frac{df}{dE[X]} \cdot \frac{df}{dE[Y]} \cdot CI[X] \cdot CI[Y] \cdot \text{Corr}[X, Y] \right] + \left( \frac{df}{dE[Y]} \cdot CI[Y] \right)^2 \quad \dots (19)$$

$$\{E[Z] - CI[Z], E[Z] + CI[Z]\} \quad \dots (20)$$

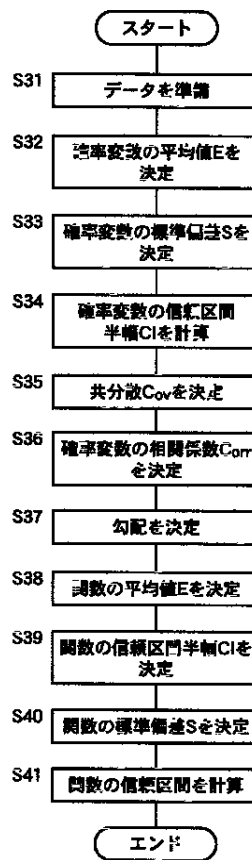
【図13】

$$f' = \frac{df}{dE[X]} \cdot (X - E[X]) + f(E[X]) \quad \dots (21)$$

$$f' = \frac{df}{dE[X]} \cdot (X - E[X]) + \frac{df}{dE[Y]} \cdot (Y - E[Y]) + f(E[X], E[Y]) \quad \dots (22)$$

$$Z' = f'(x, y) \quad \dots (23)$$

【図11】



【図14】

